



'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

**UNIVERSITY OF NORTH BENGAL**  
B.Sc. Programme 6th Semester Examination, 2023

**DSE1/2/3-P2-MATHEMATICS**

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

*The figures in the margin indicate full marks.  
All symbols are of usual significance.*

**The question paper contains paper DSE-2A and DSE-2B.  
The candidates are required to answer any *one* from *two* courses.  
Candidates should mention it clearly on the Answer Book.**

**DSE-2A**

**METRIC SPACES AND COMPLEX ANALYSIS**

**GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক**

1. Answer any **four** questions: 3 × 4 = 12  
 যে-কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ  
 कुनै चार प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :
- (a) Prove that  $f(z) = \bar{z}$  is not differentiable at  $z = 0$ . 3  
 প্রমাণ কর  $f(z) = \bar{z}$ ,  $z = 0$  তে অন্তরকলনযোগ্য (differentiable) নয়।  
 $z = 0$  মা  $f(z) = \bar{z}$  বিধেদযোগ্য (differentiable) চেনি প্রমাণ কর্নুহোস্।
- (b) Evaluate  $\int_0^{1+i} (x - y + ix^2) dz$  along the straight line from  $z = 0$  to  $z = 1 + i$ . 3  
 মান নির্ণয় করঃ  $\int_0^{1+i} (x - y + ix^2) dz$ ,  $z = 0$  থেকে  $z = 1 + i$  পর্যন্ত সরলরেখা বরাবর।  
 $z = 0$  দেখি  $z = 1 + i$  সম্ম সীধা রেখামা  $\int_0^{1+i} (x - y + ix^2) dz$  লাই মূল্যাঙ্কন কর্নুহোস্।
- (c) Prove that  $f(z) = \frac{z^3 + 1}{z^3 + 9}$  is continuous in the region  $|z| \leq 2$ . 3  
 প্রমাণ কর  $f(z) = \frac{z^3 + 1}{z^3 + 9}$  অপেক্ষকটি  $|z| \leq 2$  ক্ষেত্রে সন্তত।  
 $|z| \leq 2$  ক্ষেত্রমা  $f(z) = \frac{z^3 + 1}{z^3 + 9}$  নিরন্তর চ ভনি প্রমাণ কর্নুহোস্।

(d) Prove that  $\int_C \frac{dz}{z-a} dz = 2\pi i$ , where  $C$  is positively oriented contour  $|z-a| = R$ . 3

প্রমাণ কর  $\int_C \frac{dz}{z-a} dz = 2\pi i$  যেখানে  $C$  একটি positively oriented contour  $|z-a| = R$ .

প্রমাণ করুন  $\int_C \frac{dz}{z-a} dz = 2\pi i$ , जहाँ  $C$  सकारात्मक उन्मुख समोच्च (contour)  $|z-a| = R$  हुन्।

(e) If  $I_n$  represent the open interval  $\left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$  for  $n = 1, 2, 3, \dots$ ; then find  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ . 3

যদি  $n = 1, 2, 3$ -এর জন্য  $I_n$ , মুক্ত অন্তরাল  $\left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$  কে চিহ্নিত করে তবে  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$  নির্ণয় কর।

যদি  $n = 1, 2, 3, \dots$  को लागि  $I_n$  ले खुला अन्तराल  $\left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$  प्रतिनिधित्व गर्छ भने  $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$  पत्ता लगाउनुहोस्।

(f) Let  $(X, d)$  be any metric space. Show that the function  $d_1$  defined by 3

$$d_1(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}, \forall x, y \in X$$

is a metric on  $X$ .

ধর  $(X, d)$  একটি metric space। দেখাও যে

$$d_1(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}, \forall x, y \in X$$

দ্বারা সংজ্ঞায়িত  $d_1$  অপেক্ষকটি  $X$ -এর উপর একটি metric হবে।

$(X, d)$  कुनै पनि मेट्रिक स्पेस हुन्। देखाउनुहोस कि  $d_1(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}, \forall x, y \in X$  द्वारा

परिभाषित प्रकार्य (function)  $d_1, X$  मा एक मेट्रिक हुन्।

### GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer any four questions

6×4 = 24

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै चार प्रश्नको उत्तर दिनुहोस्

2. (a) Show that  $u(x, y) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$  is harmonic. 3

প্রমাণ কর  $u(x, y) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$  harmonic হবে।

$u(x, y) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$  হার্মোনিক ছ भनेर देखाउनुहोस्।

(b) Evaluate  $\lim_{z \rightarrow 0} (\cos z)^{1/z^2}$  3

মান নির্ণয় করঃ  $\lim_{z \rightarrow 0} (\cos z)^{1/z^2}$

मूल्याङ्कन गर्नुहोस्  $\lim_{z \rightarrow 0} (\cos z)^{1/z^2}$

3. Find Taylor series expansion of  $\frac{1}{(1+z^2)(z+2)}$  in  $|z| < 1$ . 6
- $|z| < 1$ -এর মধ্যে  $\frac{1}{(1+z^2)(z+2)}$ -এর Taylor শ্রেণী বিস্তারটি নির্ণয় কর।  
 $|z| < 1$  মা  $\frac{1}{(1+z^2)(z+2)}$  কো Taylor শ্রৃংখলা বিস্তার পতা লগাউনুহোস্।
4. (a) If  $f(z)$  is analytic with  $|f(z)| = \text{constant}$ , prove that  $f(z)$  is constant. 4  
 $|f(z)|$  ধ্রুবক এমন  $f(z)$  যদি analytic হয় তবে দেখাও যে  $f(z)$  নিজেই ধ্রুবক।  
 যদি  $f(z)$  বিশ্লেষণাত্মক সাথে  $|f(z)| = \text{constant}$  চ ভনে প্রমাণ গর্নুহোস্ কি  $f(z)$  স্থির চ।
- (b) Find the singularities of  $f(z) = \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$ . 2
- $f(z) = \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$  এর singularity গুলি নির্ণয় কর।  
 $f(z) = \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$  কো একলতা (singularities) পতা লগাউনুহোস্।
5. Evaluate  $\int_0^6 \frac{dx}{x^6+1}$  6
- মান নির্ণয় করঃ  $\int_0^6 \frac{dx}{x^6+1}$   
 মূল্যাঙ্কন গর্নুহোস্  $\int_0^6 \frac{dx}{x^6+1}$
6. Let  $(X, d)$  be a complete metric space and  $Y$  be a subspace of  $X$ . Then prove that  $Y$  is complete if and only if it is closed in  $(X, d)$ . 6
- ধর  $(X, d)$  একটি সম্পূর্ণ metric space এবং  $Y$  একটি  $X$ -এর উপদেশ (subspace)। প্রমাণ কর  $Y$  সম্পূর্ণ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $(X, d)$ -তে ইহা বন্ধ হয়।  
 $(X, d)$  এক পূর্ণ মেট্রিক স্পেস অনি  $Y, X$  কো এক সব স্পেস হুন্। প্রমাণিত গর্নুহোস্ কি  $Y$  পূর্ণ চ যদি যো  $(X, d)$  মা closed চ ভনে মাত্র।
7. Let  $X$  be the set of all continuous real-valued functions defined on  $[0, 1]$  and let  $d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)| dt$ ,  $x, y \in X$ . Show that  $(X, d)$  is not complete. 6
- ধর  $X$  একটি  $[0, 1]$  এর উপর সংজ্ঞায়িত সকল সম্তব বাস্তব মানবিশিষ্ট অপেক্ষকের সেট এবং ধর  $d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)| dt$ ,  $x, y \in X$ । দেখাও যে  $(X, d)$  সম্পূর্ণ নয়।  
 $[0, 1]$  মা পরিभाषित सबे निरन्तर वास्तविक (real) मूल्यवान प्रकार्यहरूको सेट  $X$  हुन् अनि  $d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)| dt$ ,  $x, y \in X$ ।  $(X, d)$  पूर्ण छैन भनि देखाउनुहोस्।

## GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer any two questions

12×2 = 24

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै दुई प्रश्नको उत्तर दिनुहोस्

8. (a) Show that the function  $f(z) = \sqrt{|xy|}$ ,  $z = x + iy$  is not analytic at origin, although Cauchy-Riemann equations are satisfied at that point. 6

দেখাও যে মূলবিন্দুতে  $f(z) = \sqrt{|xy|}$ ,  $z = x + iy$  অপেক্ষকটি analytic নয়। যদিও বা উক্ত বিন্দুতে Cauchy-Riemann সমীকরণগুলি সিদ্ধ হয়।

देखाउनुहोस् कि प्रकार्य  $f(z) = \sqrt{|xy|}$ ,  $z = x + iy$  मूल (origin) मा विश्लेषणात्मक छैन भनि यद्यपि Cauchy-Riemann समीकरणहरू त्यस बिन्दुमा सन्तुष्ट छन्।

- (b) If  $u = x^3 - 3xy^2$ , show that there exists a function  $v(x, y)$  such that  $w = u + iv$  is analytic in a finite region. 6

যদি  $u = x^3 - 3xy^2$  হয় তাহলে দেখাও যে একটি অপেক্ষক  $v(x, y)$  বর্তমান যাতে  $w = u + iv$  কোন একটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে analytic হবে।

यदि  $u = x^3 - 3xy^2$  भए, देखाउनुहोस् कि त्यहाँ एउटा प्रकार्य  $v(x, y)$  छ जसले  $w = u + iv$  एक सीमित क्षेत्रमा विश्लेषणात्मक हुन्छ।

9. (a) State and prove Cauchy's integral formula for a simply connected domain. 6

কোন একটি simply connected domain-এ, Cauchy integral সূত্রটি সংজ্ঞায়িত করে প্রমাণ কর।

एक साधारण जडान (connected) डोमेन को लागी Cauchy's integral formula लेख्नुहोस् अनि प्रमाण गर्नुहोस्।

- (b) Verify whether Cauchy-Riemann equations are satisfied for 6

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

and

$$v(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

যাচাই করে দেখ Cauchy-Riemann সমীকরণগুলি সিদ্ধ করে কিনা, প্রদত্ত আছে

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

এবং

$$v(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

अनि

$$v(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

को लागी Cauchy-Riemann समीकरणहरू सन्तुष्ट छन् वा छैनन् जाँच गर्नुहोस्।

10.(a) Evaluate  $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ , where  $C$  is the circle  $|z| = 3$ . 3

मान निर्णय करः  $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ , যেখানে  $C$  একটি বৃত্ত  $|z| = 3$ .

मूल्याङ्कन गर्नुहोस्  $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$  जहाँ  $C$  सर्कल  $|z| = 3$  हो।

(b) State and prove the Liouville's theorem. 5

Liouville এর উপপাদ্যটি সংজ্ঞায়িত করে প্রমাণ কর।

Liouville's theorem लेख्नुहोस् अनि प्रमाण गर्नुहोस्।

(c) Prove that every polynomial function  $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = 0$ , where the degree  $n \geq 1$  and  $a_n \neq 0$ , has exactly  $n$  roots. 4

प्रमाण कर प्रत्येक बहुपद अपेक्षक  $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = 0$  যেখানে  $n \geq 1$  এবং  $a_n \neq 0$ , এর ঠিক  $n$  সংখ্যক বীজ আছে।

प्रत्येक बहुपद प्रकार्य  $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = 0$  जहाँ degree  $\geq 1$  अनि  $a_n \neq 0$ , को व्याकै  $n$  जराहरू (roots) हुन्छन् भनि प्रमाण गर्नुहोस्।

11.(a) If  $A$  and  $B$  are two non-empty subsets of a metric space, prove that 3+3

(i)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$  (ii)  $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

কোন একটি metric space এ,  $A$  এবং  $B$  যদি দুটি অশূন্য উপসেট হয় তাহলে প্রমাণ কর

(i)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$  (ii)  $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

यदि  $A$  अनि  $B$  मेट्रिक स्पेसको दुई गैर-रिक्त सबसेट हर्नु भए प्रमाण गर्नुहोस् –

(i)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$  (ii)  $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

(b) Show that every set in a discrete space  $(X, d)$  is open. 3

देखाओ যে discrete space  $(X, d)$  ते प्रतिটি सेटই মুক্ত সেট।

Discrete space  $(X, d)$  मा प्रत्येक सेट खुला (open) छ भनि देखाउनुहोस्।

(c) If  $A$  and  $B$  are any two non-empty subsets of a metric space  $(X, d)$  then prove that  $d(A \cup B) \leq d(A) + d(B) + d(A, B)$ . 3

यदि  $(X, d)$  metric space-ए  $A$  एवं  $B$  दुई अशून्य उपसेट हय प्रमाण कर

$$d(A \cup B) \leq d(A) + d(B) + d(A, B).$$

यदि  $A$  अनि  $B$  मेट्रिक स्पेस  $(X, d)$  को दुई गैर-रिक्त सबसेटहरू भए, प्रमाण गर्नुहोस् कि

$$d(A \cup B) \leq d(A) + d(B) + d(A, B)$$

## DSE-2B

## LINEAR PROGRAMMING

## GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any **four** questions from the following: 3×4 = 12  
 नीचेर ये-कोन चारटि प्रश्नर उत्तर दाओः  
 तलका कुनै चार प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :
- (a) Find the dual of the following primal problem: 3  
 निम्नलिखित Primal problem-एर dual बेर कर।  
 निम्न Primal समस्याको dual पत्ता लगाउनुहोस्  
 Minimize  $z = 3x_1 - 2x_2$   
 Subject to  $2x_1 + x_2 \leq 1$   
 $-x_1 + 3x_2 \geq 4, x_1, x_2 \geq 0$
- (b) Solve the following game whose pay-off matrix is given by 3  
 निम्नलिखित खेलाटि समाधान कर यार परिशोध म्याट्रिक्स देओया आछे।  
 तलको game समाधान गर्नुहोस् जसको भुक्तानी म्याट्रिक्स द्वारा दिइएको छ
- |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
|                | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> |
| A <sub>1</sub> | 3              | 7              |
| A <sub>2</sub> | -3             | 9              |
- (c) Solve the following problem graphically: 3  
 Graphically समाधान करः  
 निम्न समस्या ग्राफिक रूपमा समाधान गर्नुहोस्  
 Maximize  $z = x_1 + x_2$   
 Subject to  $x_1 + 2x_2 \leq 2$   
 $3x_1 + x_2 \leq 1$   
 $x_1, x_2 \geq 0$ .
- (d) Prove that in  $E^2$ , the set  $X = \{(x, y) : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$  is a convex set. 3  
 प्रमाण कर ये  $E^2$  ते सेट  $X = \{(x, y) : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$  एकटि उतल सेट हबे।  
 प्रमाणित गर्नुहोस् कि  $E^2$  मा सेट  $X = \{(x, y) : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$  उतल सेट हो।
- (e) Find the extreme points (if any) of the following convex set: 3  
 $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$   
 निम्नलिखित उतल सेटटि extreme points बेर कर, यदि থাকे।  
 $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$   
 निम्न उतल (convex) सेट  $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$  को चरम बिन्दुहरू फेला पार्नुहोस् (यदि कुनै छ भने)।
- (f) Show that the following three vectors are linearly dependent: 3  
 $(1, -2, 3, 4), (-2, 4, -1, -3)$  and  $(-1, 2, 7, 6)$ .  
 देखाओ ये नीचेर तिनटि भेक्टर रैखिकभावे निर्भरशील  
 $(1, -2, 3, 4), (-2, 4, -1, -3)$  एवं  $(-1, 2, 7, 6)$ .  
 देखाउनुहोस् कि निम्न तीन भेक्टरहरू रैखिक रूपमा निर्भर छन्  
 $(1, -2, 3, 4), (-2, 4, -1, -3)$  अनि  $(-1, 2, 7, 6)$ .

## GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer any four questions from the following

6×4 = 24

নীচের যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

কুনে चार प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस्

2. Use simplex method to solve the LPP 6

Simplex Method प्रयोग करे निम्नलिखित LPP-एर समाधान कर।

निम्न LPP समाधान गर्न simplex विधि प्रयोग गर्नुहोस्।

$$\text{Max} \quad z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Subject to} \quad x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

3. Use Big-M method to solve 6

Big-M method-एर साहाय्ये समाधान कर।

Big-M विधि प्रयोग गरेर समाधान गर्नुहोस्।

$$\text{Max} \quad z = x_1 - x_2 + 3x_3$$

$$\text{Subject to} \quad x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_3 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

4. Find an initial basic feasible solution of the following transportation problem. 6

नीचের Transportation problem-एर प्राथमिक मौलिक सञ्भाव्य समाधान बेर कर।

निम्न transportation समस्याको प्रारम्भिक आधारभूत सम्भाव्य (BFS) समाधान खोज्नुहोस्।

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
$O_1$	9	8	5	7	12
$O_2$	4	6	8	7	14
$O_3$	5	8	9	5	16
	8	18	13	3	

5. Find out optimal assignment cost from the following cost matrix 6

निम्नेर मूल्य म्याट्रिक्स थेके optimal assignment cost बेर कर।

निम्न लागत म्याट्रिक्स बाट इष्टतम असाइनमेन्ट लागत पत्ता लगाउनुहोस्।

	I	II	III	IV
A	9	6	6	5
B	8	7	5	6
C	8	6	5	7
D	9	9	8	8

6. Draw graphically the feasible space if any, given by the following LPP and find out the extreme points of the feasible region. 6

লেখচিত্রের মাধ্যমে নিম্নলিখিত LPP-এর feasible space যদি থাকে তবে বের কর এবং feasible region-এর চরম বিন্দুসমূহ বের কর।

নিম্ন LPP का ग्राफिक रूपमा सम्भाव्य (feasible) ठाउँ कोर्नुहोस्, यदि कुनै भए अनि सम्भाव्य क्षेत्र को चरम बिन्दुहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = 3x_1 - x_2 \\ \text{Subject to} \quad & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

7. Two linear simultaneous equations with four variables are given below 1+5

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 8$$

(i) How many basic solutions are there?

(ii) Find all of them.

চারটি চলরাশির দুটি রৈখিক যুগপত (simultaneous) সমীকরণ দেওয়া হল

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 8$$

(i) কতগুলি মৌলিক সমাধান আছে?

(ii) সবকটির মৌলিক সমাধান বের কর।

चार चर मा दुई रैखिक simultaneous समीकरण तल दिइएको छ।

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 8$$

(i) आधारभूत समाधानहरू कति छन्?

(ii) ती सबै फेला पार्नुहोस्।

### GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer any two questions from the following

12×2 = 24

নীচের যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

तलका कुनै दुई प्रश्नको उत्तर दिनुहोस्

8. (a) Solve the following LPP 6

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = 3x_1 + x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 14 \\ & x_1 - x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

by solving its dual problem.

Dual problem-এর সমাধান করে নীচের LPP-এর সমাধান বের কর।

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = 3x_1 + x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 14 \\ & x_1 - x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



निम्न LPP समाधान गर्नुहोस्

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = 3x_1 + x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 14 \\ & x_1 - x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

यसको dual समस्या समाधान गरेर ।

(b) Solve the following LPP by Two Phase method: 6

Two Phase Method-एर साहाय्ये निम्नलिखित LPP-एर समाधान कर ।

दुई चरण विधि (Two phase method) द्वारा निम्न LPP समाधान गर्नुहोस्

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = 3x_1 - x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 2 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

9. (a) Solve the following  $2 \times 2$  game by using mixed strategies: 6

Mixed strategies थयोग करे निम्नेर  $2 \times 2$  खेलाटि समाधान करः

मिश्रित रणनीति (Mixed strategies) हरू प्रयोग गरेर निम्न  $2 \times 2$  game समाधान गर्नुहोस्

1	3
4	2

(b) Obtain an optimal basic feasible solution to the following transportation problem: 6

नीचेर देओया Transportation problem एर चरम मौलिक सम्भाव्य समाधान बेर करः

निम्न Transportation समस्याको एक इष्टतम आधारभूत सम्भाव्य समाधान प्राप्त गर्नुहोस् ।

	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	
$F_1$	19	30	50	10	7
$F_2$	70	30	40	60	9
$F_3$	40	8	70	20	18
	5	8	7	14	

10.(a) Find the optimal assignment profit from the following profit matrix. 6

नीचेर देओया लाभ म्याट्रिक्स थके चरम असाइनमेन्ट मुनाफा बेर करः

निम्न लाभ म्याट्रिक्सबाट इष्टतम असाइनमेन्ट लाभ पत्ता लगाउनुहोस् ।

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
$O_1$	2	4	3	5	4
$O_2$	7	4	6	8	4
$O_3$	2	9	8	10	4
$O_4$	8	6	12	7	4
$O_5$	2	8	5	8	8

(b) Solve  $2 \times 4$  game graphically.

6

নীচের দেওয়া  $2 \times 4$  খেলাটিকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।নিম্ন  $2 \times 4$  game গ্রাফিক রূপমা সমাধান করুন :

		$B$			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A$	$A_1$	2	2	3	-1
	$A_2$	4	3	2	6

11. Use Penalty method to solve the LPP.

12

Penalty Method দ্বারা নীচের LPP-এর সমাধান বের করো।

Penalty বিধি প্রয়োগ করে নিম্ন LPP সমাধান করুন :

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & z = 4x_1 + x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 3x_1 + x_2 = 3 \\ & 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

—x—